

KIS-495 – Gl. cardinal, ordinal, h.a.

(GP da GE – 15 05 96)

Emañ Yvan GUEHENNEC o paouez sevel ur *Yezhadur kembraeg* [...]. Hama, evit ur gudenn zo bet savet da geñver al levr-mañ e skrivan dit ; bez' ez eus er yezhadurezh an “ niveroù pegementiñ ” hag an “ niveroù petvediñ ”. Ne om ket ken petore disoc'h hon boa roet da'r gudenn. Un dra zo anat : ned oar ket evit ober gant *niver* (eleze, er yezhadurezh, unander, strollder, daouder, h.a.). Soñjet 'm boa (em aozadur eus *A Grammar of Middle Welsh*) ober gant *niverell*. Ned oan ket deut a-benn memestra da gavout gerioù bastus evit kemer lec'h “ pegementiñ ” ha “ petvediñ ” ; klasket 'm boa war-zu, a-getep, **mentniverell* hag **urzhniverell*, hogen lies rummad a niverelloù zo er yezhadurezh ha ned on ket deuet a-benn da gavout traoù a glotfe ervat. Evit an daou rummad pennañ avat e ve mat e klotfe gant an dilennoù graet gant YBAN evit ar jedoniezh. Penaos e ra enta “ cardinal d'un ensemble ” pe hv. hag “ ordinal ” ivez, stag ouzh meizad an urzhiañ ?

(YBAN da GE – 27 05 96)

E gwir keal an niver kevan naturel (**kevan g. -ion naturel** pe **naturel g. -ion**) a nader dindan meur a arvez. Da skouer :

- ~ An arvez urzhel : anv zo a reiñ niverennoù (pajennoù ul levr, deizioù...)
- ~ An arvez priñvel : niveriñ elfennoù un teskad bevennek.
- ~ An arvez anvevennel : en un doare eeun, war-lerc'h nep kevan ez eus atav un all da nebeutañ.

O loc'hañ diwar reoù 'zo eus ar perzhioù nadel-se hag o tiazezañ war zamkaniezh an teskadoù ez eus bet savet meur a zamkaniezh aksiomatek eus an naturelion. N'eo ket va amboaz displegañ dre an hir hini ebet anezho, klask a rin neoazh degas un nebeut kudennoù e sell d'ar yezhañ. Aze emeur war ur pikern nes da hini ar brederouriezh, a zo tostoc'h dit eget din hep ket a var. Adalek ar mare ma komzer eus “ anvevenn ”...

Kemeromp da gentañ keal ar Gl. *nombre cardinal*, *cardinal* pe *cardinalité d'un ensemble*, Sz. *cardinal number*, *cardinal* pe *cardinality of a set*, Al. *Kardinalzahl*, *Grundzahl*, *Anzahl*, Iw. *cairdinéalacht*, *bunuimhir*, Kb. *prifol*.

Klotañ a ra gant keal an eriñvañ, ent dizalc'h diouzh urzh an elfennoù, oc'h engwerc'hañ ar c'hesaezhadurioù (Gl. *bijections*). Adkemer a ran va notennoù eus 1986 :

Bezef daou deskad E ha F. Tu zo da zibab an elfennoù an eil war-lerc'h eben hag ur wech dibabet o lakaat a-gostez. Amañ e c'hoari pezh a anver *aksiomenn an dibab*. Da neuze ez eur gouest da geñveriañ daou deskad o lakaat da glotañ un elfenn eus E gant un elfenn hepken eus F. Tri degouezh hon eus evel just : a) dibabet eo bet holl elfennoù E ha chom a ra c'hoazh elfennoù en F ; b) chom a ra elfennoù en E tra ma'z eo bet diviet holl elfennoù F ; c) an dibab elfennoù eus E a baouez gant an dibab elfennoù eus F. Lavarout a reer ez eo c) un arloadur kesaezhat pe ur c'hesaezhadur. An holl deskadoù o klotañ evel-se elfenn ouzh elfenn zo dezho ur perzh boutin anvet niver an elfennoù pe **niver priñvel** pe **priñvel**. Pa geñverier an daou deskad elfenn hag elfenn, pa glasker o c'hementiñ (hervez un termen eus ar yezh voutin), e saveler kement(ad) an daou deskad. E se — bepred er yezh voutin — ar goulenn : “ pegement a elfennoù zo en E ? ” Tu zo da respont : “ Kement hag en F ” met ned a ket pelloc'h. Gallout a reer ivez diskouez bizied pe meinigoù (*calculi*). Goût a ouzer ivez e c'haller sevel ar goulenn en un doare all : “ pet elfenn zo en E ? ” Aze e weler an ezhomm da zaveiñ d'un teskad bennak, savet aziforc'h, urzhiet mat — keal an urzh ! — hag anvioù evit pep niver priñvel. An teskad-se **IN** an hini eo. E se an despizadur a gaver al liesañ : “ Bezef un teskad bevennek E ; mar bez goullo E, e lavarar ez eo mann e briñvel, a skriver 0 ; a-hend-all e reer priñvel E eus an naturel unel $n \in \mathbf{IN}^*$, hevelep ma c'haller savelañ ur c'hesaezhadur eus E da $\mathbf{IN}_n = \{ 1, 2, 3, \dots, n \}$. ”

N'ouzon ket hag un dra bennak a-c'h eus savet a-zivout Gl. *quotité*, met sed amañ an diskoulmoù a roan bremañ d'un nebeut termenou :

nombre cardinal	niver priñvel
cardinal	priñvel g. -ion
nombre ordinal	niver urzhel
ordinal	urzhel g. -ion
puissance (Al. <i>Mächtigkeit</i>)	goulud g.

équipotent	kengoulud
fini	bevennek
infini	anvevenn(ek)
transfini	trabevenn(ek)
quantificateur	kementader

Setu un despizadur all eus ar **priñvel** (A. BOUVIER et M. GEORGE, *Dict. Math.*, PUF, 1979, p. 101) :

Askouezh keal niver an elfennoù eus un teskad bevennek. Un teskad E o vezañ roet ez anver **priñvel** an teskad E an urzhel bihanañ kengoulud gant E. (E se ez eo ar **priñvel** un urzhel dibarek.) [...] Daou deskad zo dezho an un **priñvel** mar ha nemet mard int kengoulud. Ar **priñvelion** bevennek zo an naturelion ha **priñvel** un teskad bevennek zo niver e elfennoù. Ar **priñvelion** bevennek a ampar an teskad **N** , met n'eus ket a deskad a ve an holl **briñvelion** elfennoù anezhañ.

Ha despizadur an **urzhel** (id., *ibid.*, p. 530) :

Askouezh ar c'heal a niver o treuztaoliñ an urzh, renk un elfenn roet en un teskad urzhiet mat. Desellomp an teskad $E = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$. Ennañ he deus an enbeziadezh daou berzh heverk : un urzh vat eo ha nep elfenn eus E zo ur parzh eus E. Da skouer : $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \sqsubseteq E$ hag $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \not\subseteq E$, o vezañ ma'z eo \emptyset hag $\{\emptyset\}$ enbeziat en E. Ober a reer **urzhel** eus nep teskad α gant ar perzhioù-se : en α ez eo an enbeziadezh un urzh vat ha nep elfenn eus α zo ur parzh eus α (lavarout a reer ez eo trazeat an teskad α). N'eus ket a deskad a ve an holl **urzhelion** elfennoù anezhañ. Savelet eo an urzh etre daou **urzhel** gant $\alpha \leq \beta$, mar ha nemet mard eo $\alpha \not\subseteq \beta$. Evit daou **urzhel** anarun α ha β , en hon eus $\alpha \sqsubseteq \beta$ pe $\beta \sqsubseteq \alpha$. Ouzhpenn se, nep teskad amparet gant **urzhelion** zo urzhiet mat. Notañ a reer 0, 1, 2, 3,... an **urzhelion** $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \dots$. An **urzhelion** bevennek eo hag ar priñvelion ivez. Evit nep **urzhel** α , an teskad $\alpha \approx \{\alpha\}$ zo an **urzhel** bihanañ brasoc'h diouzhtu eget α . E notañ a reer $\alpha + 1$ hag ober arlerc'hiad α anezhañ, a zo eñ diagentiad $\alpha + 1$. Evit pep teskad urzhiet mat ez eus ur c'hendelvadur (Gl. *isomorphisme*) hepken eus E war an **urzhel**, a zo neuze **urzhel** E.

Unan eus an abegoù o deus va lakaet da entuañ gant Br. **priñvel** (ouzhpenn ar c'hembraeg, an eeunded, ar reizhiad amparet gant : *naturel, kevan, rannel, dekrannel*,

gwerc'hel, derc'hel, kemplezh evit an niveroù, o liester en *-ion*), eo ivez fuilhded — ha pinvidigezh, da gorvoiñ moarvat — ar yezh voutin evit a sell meizadoù ar "pet", ar "pegement", ar "vent". Kavout a ra din ez eo engwezhiet mat endeo ar stirann *-ment-* e meur a lec'h. Un tammig ivez evel ar broud ez eo bet evit CANTOR (ne emgeñverian ket gantañ !) an termenoù Al. *Zahl* hag *Anzahl*. N'emañ ket a-du bepred an aozerion alaman gant termenadur an daou c'her-se (sl. HUSSERL, *Über den Begriff der Zahl*, 1887 & *Philosophie der Arithmetik*, 1891, troet e galleg gant Jacques ENGLISH, PUF, 1972), pezh a ziskouez ur fuilhded ivez. Evit CANTOR ez eo *Zahl* an niver en un doare hollek, eleze ar meizad goubar, tra ma'z eo *Anzahl* un niver louet oc'h ober dave d'un teskad elfennoù louet (arveret c'hoazh er *Wahrscheinlichkeitsrechnung* "riñverezh an tebegoù" ha pa gomzer eus niver traezadoù, c'hoarvoudoù...). An arster etre an daou dermen-se zo bet evit CANTOR poent loc'hañ e enklaskoù war an anvevenn hag an travevenn. *Anzahl* ha *Zahl*, eleze al louet hag ar goubar, zo an un dra pa vez desellet teskadoù bevennek, tra ma n'eo mui an degouezh pa vez kel a deskadoù anvevenn. Resisoc'h : en degouezh-se e teu an niver "goubar" — *Zahl* — da vezañ *Mächtigkeit* (Br. *goulud*) pe c'hoazh *priñvel*, dizalc'h diouzh arenkadoù elfennoù an teskad hag an niver "louet" — *Anzahl* — a zeu da vezañ dezverkus d'ar rizh urzh, an niver *urzhel*, kevredet ouzh ar mod eriñvañ.

(GP da GE – 10 06 96)

Ne'm boa ket soñj e veze graet gant Kb. *prifol* evit ' cardinal (number) ', eleze, ger-ouzh-ger "niver diazez", "niver pennañ" hervez arver boas Kb. *prif*. Dre na reer ket gant ur ger kevelep e brezhoneg boutin e c'haller aes strishaat da *niver priñvel* hep diaester. Hogen fellout a ra din tennañ evezh ouzh an devoud ned oar ket evit arverañ un adanv evel pennañ en unander ; da skouer e vo ret lavarout *an hini uhel*, met *an uhel* a vo dalbez kement hag *ar re uhel* er feur ma vo arveret c'hoazh *an uhel* e nBr. Stank ha boutin oa an arver-mañ e krennvrezhoneg (*an bras* > **ar vras*). Mard on a-du krenn neuze gant *niver priñvel*, biken ne ran avat gant **ur priñvel* ; ober a rafen gant **ur briñvenn* pe, gwell da'm soñj, gant **ur briñvell* (ls. *priñvelloù*). Gwir eo ne vije netra da abegiñ ouzh arver digembraek (ha dihenvrezhonek) *ar priñvelion*, nemet e unander ne c'hallje bout met *an niver priñvel* hep mar ebet. Er Yezhoniezh emañ e soñj neuze da arverañ, a-getep, **priñvell(où)*, **urzhell(où)*.

(YBAN & GE, dalc'h er pellgomz – 11 06 96)

Arzaeladus eo strizhded ar reolenn dezrevellet gant GP war vodoù pennanvaat an adanvioù. Skouerioù e-leizh adanvioù arveret evel pennanv oc'h aroueziñ un ergorenn en unander a gaver :

~ ken e krennvrezhoneg :

N. 102 vn **dall** so saluet ; Nl.n.16 Longius, an **dal** ; MG- p.375 obeisit dezhañ evel un **dal** (in GIBR¹. p. 387). M. 2164 vn **coz** ; Nl.n.107 an **hudur** (in HMSB. § 49 p. 66)

~ ken e nevezvrezhoneg :

EKG.II p.279 an ti-mañ a zo savet war an **uhel** (in GIBR. p. 3180). VNB-p.56 ur **peur** eo ; LBM. p.219 en em wiskañ evel ur **paour** (in GIBR¹. p. 2440). YBEB. § 84 p. 63 Anvioù-gwan 'zo a c'hell bezañ implijet evel anvioù-kadarn : un **dall** (un den dall) ; un **diskiant** (un den diskiant) ; ur **mud** (un den mut) ; ar **gwenn** hag ar **melen** (vi) ; an **du** (huzil) ; ar **braz**, ar **bihan**, hep menegiñ an troiennoù “ gant ar **skuizh** ez eo ”...

~ ken e kembraeg :

prifol, eg. ll. **-ion**. y prif rif. CARDINAL. (*Y Geiriadur Mawr*, 1980, Kb. – Sz. p. 368).

Menegomp evelkent : e krBr. e talvez e hogos bepred an adanv pennanvaet da aroueziñ un den. A-du-rall, en *Y Geiriadur Mawr*, 1980, e kaver *prifol* pennanvaet, met da gevatal da Br. *urzhel* ne gaver nemet al liester : ORDINAL NUMERALS, *trefnolion* (Sz. – Kb. p. 194).

Ned eo ket gwall reveulzius enta stagañ d'ober gant adanvioù pennanvaet oc'h ergeñveriañ ouzh estreget tud, eleze ouzh traoù pe ne vern pe ergorenn. Bezet pe vezet, n'eus ket lec'h da soñjal ez eus eno un torr ouzh durc'hadurioù don ar yezh pe neuze un torr boulc'het a-gozh ha frouezhus d'an devezout.